Hong Kong Mathematics Olympiad (2013 / 2014)
Heat Event (Group)
香港數學競賽 (2013 / 2014)
初賽項目(團體)

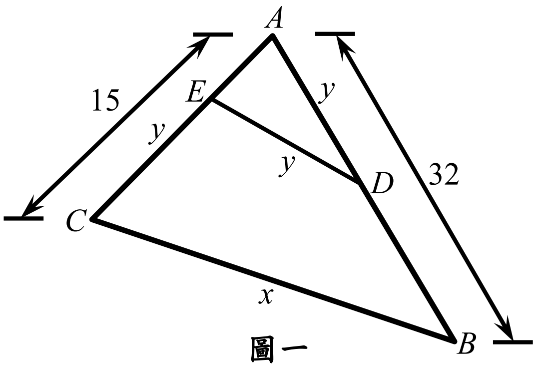
除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 已知 $\sqrt{2014-x^2}-\sqrt{2004-x^2}=2$，求 $\sqrt{2014-x^2}+\sqrt{2004-x^2}$ 的值。

Given that $\sqrt{2014-x^2}-\sqrt{2004-x^2}=2$, find the value of $\sqrt{2014-x^2}+\sqrt{2004-x^2}$.

2. 圖一顯示 ΔABC 中，$AB=32$、$AC=15$ 及 $BC=x$，其中 x 為一個正整數。假設在 AB 及 AC 分別有一點 D 及 E 使得 $AD=DE=EC=y$，其中 y 為一個正整數。求 x 的值。

Figure 1 shows a ΔABC, $AB=32$, $AC=15$ and $BC=x$, where x is a positive integer. If there are points D and E lying on AB and AC respectively such that $AD=DE=EC=y$, where y is a positive integer. Find the value of x.



圖一

Figure 1

3. 若 $0°\le\theta\le180°$ 及 $\cos\theta+\sin\theta=\frac{7}{13}$，求 $\cos\theta+\cos^3\theta+\cos^5\theta+\cdots$ 的值。

If $0°\le\theta\le180°$ and $\cos\theta+\sin\theta=\frac{7}{13}$, find the value of $\cos\theta+\cos^3\theta+\cos^5\theta+\cdots$.

4. 如圖二所示，$ABCD$ 為一正方形。 P 為 $ABCD$ 內的一點使得 $AP = 2$ cm 、 $BP = 1$ cm 及 $\angle APB = 105°$。 若 $CP^2 + DP^2 = x\ \text{cm}^2$，求 x 的值。

As shown in Figure 2, $ABCD$ is a square. P is a point lies in $ABCD$ such that $AP = 2$ cm , $BP = 1$ cm and $\angle APB = 105°$. If $CP^2 + DP^2 = x\ \text{cm}^2$, find the value of x .

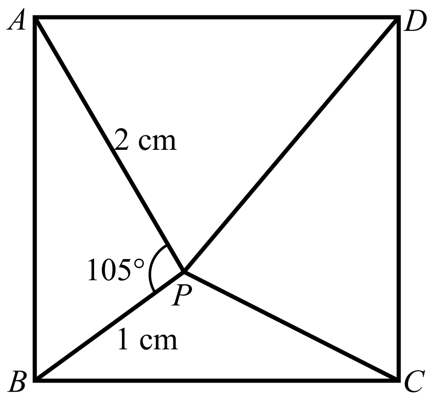


Figure 2
圖二

5. 若 x 、 y 是實數，且 $x^2 + 3y^2 = 6x + 7$，求 $x^2 + y^2$ 的極大值。

If x , y are real numbers and $x^2 + 3y^2 = 6x + 7$, find the maximum value of $x^2 + y^2$.

6. 如圖三所示，在 ΔABC 中，X 、 Y 及 Z 為分別位於 BC 、 CA 及 AB 的點使得 $\angle AZY = \angle BZX$ 、 $\angle BXZ = \angle CXY$ 及 $\angle CYX = \angle AYZ$。若 $AB = 10$ 、 $BC = 6$ 及 $CA = 9$，求 AZ 的長度。

As shown in Figure 3, X , Y and Z are the points on BC , CA and AB of ΔABC respectively such that $\angle AZY = \angle BZX$, $\angle BXZ = \angle CXY$ and $\angle CYX = \angle AYZ$. If $AB = 10$, $BC = 6$ and $CA = 9$, find the length of AZ .

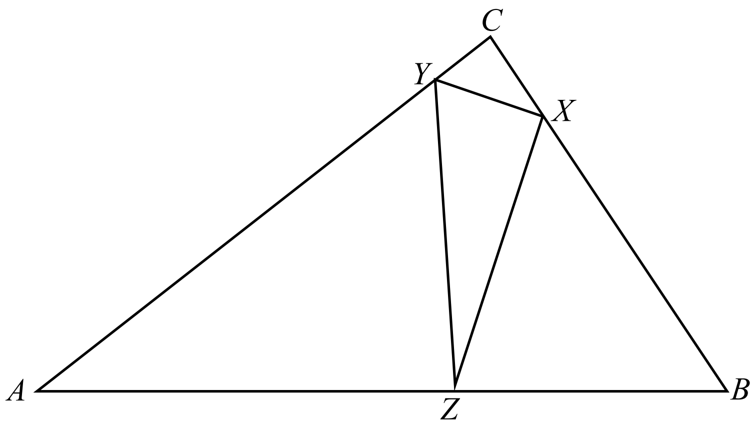


Figure 3
圖三

7. 已知 a、b、c 及 d 為四個不相同的數，且 $(a+c)(a+d) = 1$ 及 $(b+c)(b+d) = 1$，求 $(a+c)(b+c)$ 的值。

Given that a , b , c and d are four distinct numbers, where $(a+c)(a+d) = 1$ and $(b+c)(b+d) = 1$. Find the value of $(a+c)(b+c)$.

8. 設 $a_1=215$，$a_2=2014$ 及 $a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n$，其中 n 為一正整數。求 $a_{2014}-2a_{2013}$ 的值。

Let $a_1=215$, $a_2=2014$ and $a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n$, where n is a positive integer. Find the value of $a_{2014}-2a_{2013}$.

9. 已知函數 $y=\sin^2 x-4\sin x+m$ 的極小值為 $\frac{-8}{3}$，求 m^y 的極小值。

Given that the minimum value of the function $y=\sin^2 x-4\sin x+m$ is $\frac{-8}{3}$. Find the minimum value of m^y.

10. 已知 $\tan\left(\frac{90^\circ}{\tan x}\right)\times\tan(90^\circ\tan x)=1$ 及 $1<\tan x<3$。求 $\tan x$ 的值。

Given that $\tan\left(\frac{90^\circ}{\tan x}\right)\times\tan(90^\circ\tan x)=1$ and $1<\tan x<3$. Find the value of $\tan x$.

完

END